

11 КЛАСС

Максимальное время выполнения заданий: 235 мин.
Все задания по 7 баллов.

11.1. На тарелке лежат различные блины с тремя начинками: 2 с мясом, 3 с творогом и 5 с клубникой. Света последовательно все их съела, выбирая каждый следующий блин наугад. Найдите вероятность того, что первый и последний съеденные блины были с одной начинкой.

11.2. Существует ли число вида $10000 \dots 00001$, которое можно представить в виде суммы $a! + b! + c!$, где a, b, c – натуральные числа? (Факториалом натурального числа n называется произведение $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.)

11.3. Рассматриваются всевозможные квадратные трёхчлены вида $ax^2 + bx + c$, все коэффициенты a, b, c которых являются натуральными числами, не превосходящими 100. Каких трёхчленов среди них больше: имеющих хотя бы один действительный корень или не имеющих ни одного?

11.4. Действительные числа x, y, z таковы, что $x + y + z = 2$ и $xy + yz + zx = 1$. Найдите наибольшее возможное значение величины $x - y$.

11.5. Дан остроугольный треугольник KLM . Окружности с центрами K и M проходят через точку L , вторично пересекаются в точке P и пересекают описанную окружность ω треугольника KLM в точках S и T . Отрезок LP пересекает окружность ω в точке O . Докажите, что O – центр описанной окружности треугольника STP .